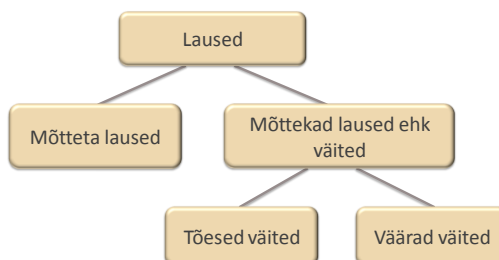


Tõeteooriad Matemaatika eripära

Mitte igal lausel pole tõeväärtust



Mitte igal lausel pole tõeväärtust

Anton kammib juukseid

- sellel lausel on tõeväärtus

Printer kammib juukseid

- sellel lausel ei ole tõeväärtust

Mõtteta laused

“Ükski harilik keel ei sisalda lauseehituse reegleid, mis keelaksid nonsensikaalsete [mõtteta] lausete moodustamise; näiteks ei saa grammatikud mõista hukka lauset *Neljakordsus joob viivitamist*”



Bertrand Russell
1872-1970

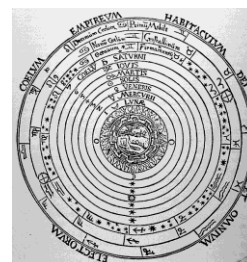
Valetamine ja eksimine

- Valetamine on tõde (vähemalt oma arust) teades teadlik väära seisukoha esitamine
- Eksimine on tõese seisukoha vääraks või väära tõeseks pidamine

Kas Ptolemaios valetas või eksis?



Klaudios Ptolemaios
u 90-160



Ptolemaiose maailmasüsteem

Tõeteooriad

- Tõe vastavusteooria ehk korrespondentsiteooria (ld *co* 'koos', *respondere* 'vastav olema')
- Tõe kooskõlateooria ehk koherentsiteooria (ld *cohaerentia* 'sisemine seos')
- Pragmatismi tõeteooria (kr *pragma* 'tegu, tegutsemine')
- Tõe liiasusteooria ehk redundantsiteooria (ld *redundans* 'liigne')

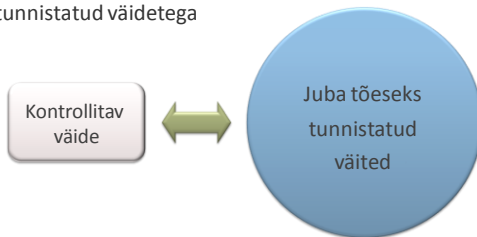
Tõe vastavusteooria

Tõesed on väited, mis on vastavuses faktidega



Tõe kooskõlateooria

Tõesed on väited, mis on kooskõlas teiste tõeseks tunnistatud väidetega



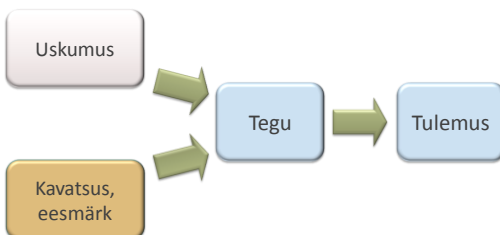
Tõe kooskõlateooria

Sellest tõeteooriast lähtutakse, kui

- 1) seatakse kahtluse alla mingi faktiväide teiste väidete (uskumuste) alusel
- 2) lähtutakse konventsioonidest (definiitsioonidest, aksioomidest jne)

Pragmatismi tõeteooria

Tõesed on uskumused, millest lähtudes saab sihipäraselt tegutseda, mis n-ö töötavad



Tõe liiasusteooria

- Tõesuses ei ole väite olemine. Väita midagi ning öelda, et väidet on tõene, on üks ja seesama
- Näiteks on üks ja seesama, kas ma ütlen:
Ta sai selle tööga hästi hakkama
või

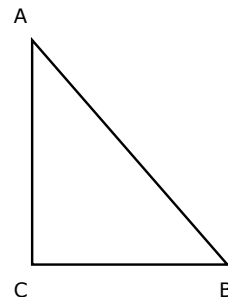
On tõsi, et ta sai selle tööga hästi hakkama

Kolm arusaama matemaatikast

- Ratsionalism: matemaatika tõed pärinevad mõistusest enesest
- Klassikaline empirism: matemaatika tõed pärinevad kogemusest
- Kaasaegne empirism: matemaatika tõed on analüütilised, st nad tulenevad aksioomidest ja definitsioonidest, mis on tegelikult konventsioonid

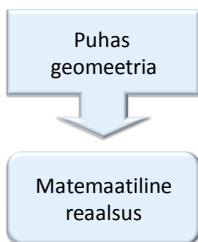
Kolmnurka ei saa kogeda, kogeda saab joonist

Näiteks ei põhine Pythagorase teoreem mõõtmistulemustel



Puhas geomeetria

Puhas geomeetria on aprioorne, st kogemusest sõltumatu



Puhta geomeetria mõisteid ei interpreteerita

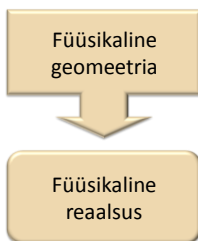
David Hilbert on naljaga pooleks öelnud, et kui puhtas geomeetrias asendada sõnad *punkt*, *sirge* ja *tasand* sõnadega *laud*, *tool* ja *õllekruus*, ei muutu geomeetrias midagi



David Hilbert
1862-1943

Füüsikaline geomeetria

Füüsikaline geomeetria on empiiriline, st põhineb kogemusel



Paralleelide aksioom

Eukleidese geomeetrias:

Läbi punkti, mis ei asu antud sirgel, saab tõmmata ainult ühe sirge, mis on paralleelne selle sirgega

Paralleelide aksioom

Lobatševski geomeetrias:

Läbi punkti, mis ei asu antud sirgel, saab tõmmata lõputult palju sirgeid, mis on paralleelsed selle sirgega

Paralleelide aksioom

Riemanni geomeetrias:

Läbi punkti, mis ei asu antud sirgel, ei saa tõmmata ühtegi sirget, mis oleks paralleelne selle sirgega

Eukleidiline ja mitte-eukleidilised geomeetriad

Geomeetria tüüp	Paralleelide arv	Kolmnurga sisenurkade summa
Eukleidese	1	$= 180^\circ$
Lobatševski	∞	$< 180^\circ$
Riemanni	0	$> 180^\circ$

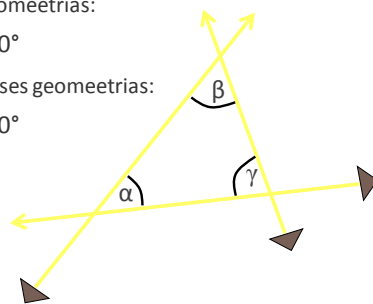
Valguskiirtest moodustatud kolmnurk

Eukleidilises geomeetrias:

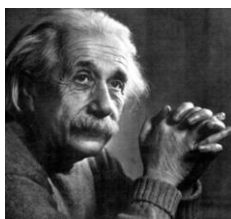
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Mitte-eukleidilises geomeetrias:

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 180^\circ$$



Milline füüsikaline geomeetria on tõsem?



Albert Einstein
1879-1955

Albert Einsteini arvates ei ole füüsikaline ruum eukleidiline

Milline füüsikaline geomeetria on tõsem?

- Henri Poincare arvates ei ole ükski füüsikaline geomeetria tõsem teistest
- Eksperimendi teel saaks kontrollida vaid süsteemi füüsikaline geomeetria + optika

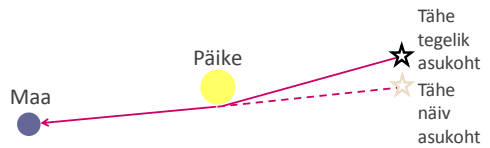


Henri Poincare
1854-1912

Kas kõverdub valguskiir või ruum?

- Henri Poincare:
Valguskiir kõverdub, st muuta tuleb optikat
- Albert Einstein:
Ruum kõverdub, st ruum ei ole eukleidiline

Kas kõverdub ruum või valguskiir?



Puhta matemaatika väited on analüütilised

- Arvutamine ei anna uusi teadmisi füüsilise reaalsuse kohta
- Arvutamine on vaid abivahend eeldustes sisalduva info väljaselgitamiseks

Arvutamine ei anna teoreetiliselt uusi teadmisi

“Niisiis on matemaatika (nagu ka loogika) funktsiooniks empiirilise teadmise saavutamisel olla n-õ teoreetiline mahlaeraldaja: matemaatika või loogika teooria tehnikad ei suuda toota rohkem faktilise informatsiooni mahla, kui seda on eeldustes, mille suhtes neid rakendatakse; nende tehnikate abil võib aga antud toormaterjalist toota rohkem mahla, kui seda esmapilgul näib võimalik olevat saada”



Carl Gustav Hempel
1905-1997

Kas arvutades saame midagi uut teada?

Arvutamine on vaid abivahend eeldustes sisalduva info väljaselgitamiseks

$$\begin{array}{r} 26 \cdot 26 \\ \underline{156} \\ 52 \\ \underline{676} \end{array}$$

Selle tõestus, et $2 + 2 = 4$

- Definiitsioonid:
 $2=1+1$; $3=2+1$; $4=3+1$
- Aksiom:
Võrdsete suuruste asendamisel jääb võrdus kehtima
- Tõestus (teisendus):
 $2+2=2+1+1$ (arvu 2 definiitsiooni põhjal)
 $2+1+1=3+1$ (arvu 3 definiitsiooni põhjal)
 $3+1=4$ (arvu 4 definiitsiooni põhjal)